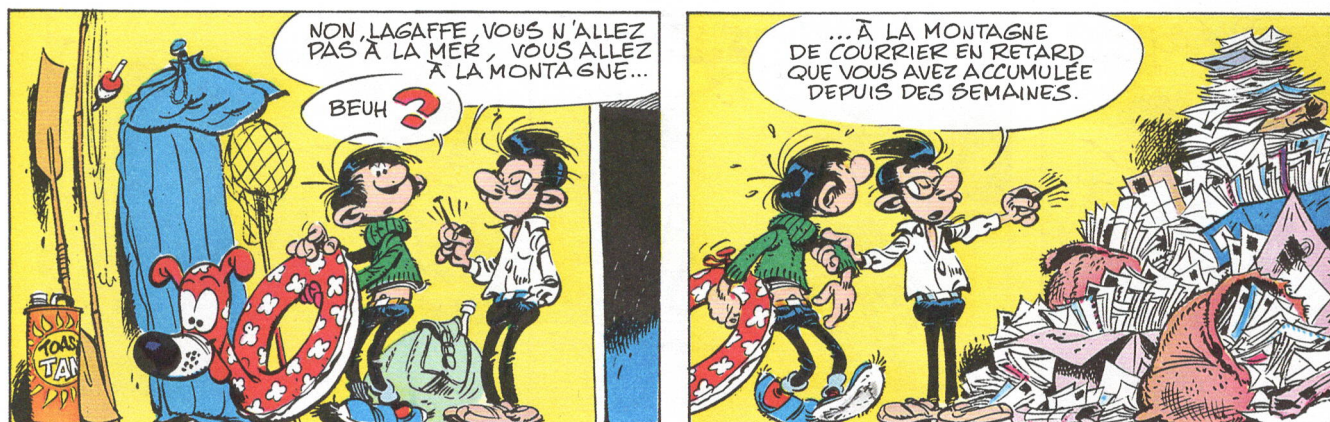


## Problème 099 – Le courrier en retard de Gaston Lagaffe

Niveau : Seconde

Chapitre : Fonctions affines

Inédit, publié le 04/03/2020



Il a beau eu avoir 63 ans le 28 février 2020, il reste toujours aussi jeune et surtout aussi gaffeur que paresseux. Gaston Lagaffe, l'« anti-héros » de bande dessinée créé Franquin, sera toujours celui qui trie le courrier aussi lentement qu'il le peut pour s'adonner à son passe-temps favori : l'invention d'objets aussi farfelus qu'inutiles.

Au *Journal de Spirou* où il est employé, Gaston peut se permettre de faire n'importe quoi à condition qu'il fasse un minimum. On imagine que Gaston a réussi jusqu'ici à ne pas se faire renvoyer en tenant un engagement auprès de ses collègues Fantasio et Prunelle : s'assurer que tout le courrier soit trié au bout de chaque mois. Bien sûr, cet engagement lui permet, au début de chaque mois, de ne rien faire, de voir une montagne de courrier s'accumuler, puis de tout rattraper en fin de mois. Cela désespère ses collègues, mais cela fonctionne.

L'objet de ce problème est de comprendre jusqu'à quand, dans un mois, Gaston peut se permettre de ne rien faire.

On modélise par une fonction  $f$  le nombre de lettres qu'il reste à trier par Gaston au temps  $t$ ,  $t$  étant le nombre d'« heures de travail effectif au bureau » (on abrègera en parlant simplement d'« heures ») dans un mois. On suppose qu'il y a 140 heures au bureau par mois (4 semaines de 35 heures). En moyenne, on considère qu'il y a 1400 lettres qui arrivent au bureau chaque mois, soit environ 10 lettres par heure (pour simplifier, on imagine qu'elle arrivent à flux constant). Gaston, quand il travaille, peut traiter 24 lettres par heure. La fonction  $f$  va alors se diviser en deux morceaux de fonction affines : la partie  $f_1$  qui représente la période où le courrier va s'accumuler pendant le début du mois quand Gaston ne travaille pas, puis la partie  $f_2$  qui représente la période pendant laquelle Gaston va travailler. Au temps  $t = 0$ , il n'y a aucune lettre à traiter.

1) Déterminer l'expression de la fonction  $f_1$  en fonction de  $t$ .

2) a) Donner, en le justifiant, le coefficient directeur de la droite représentative de la fonction  $f_2$ .

b) Traduire sur la fonction  $f_2$  le fait qu'il ne faut plus aucune lettre au bout du mois.

c) En déduire l'expression de la fonction affine  $f_2$ .

3) a) Tracer au crayon à papier, sur le graphique en **Annexe 1**, les courbes représentatives des fonctions  $f_1$  et  $f_2$  sur l'intervalle  $[0, 140]$ , puis tracer au stylo rouge la courbe représentative de la fonction  $f$ .

b) Déterminer alors graphiquement le nombre d'heures que Gaston peut se permettre de ne pas travailler dans le mois (arrondir à l'unité).

c) Retrouver algébriquement le résultat de la question 3b).

4) Gaston, bien entendu, a trainé. Il a laissé filer 3 semaines, soit 105 heures, avant de se mettre au travail.

En sachant qu'après la 140<sup>ème</sup> heure, plus aucun courrier ne s'ajoute (puisque ce sera le week-end de la dernière semaine), combien d'heures supplémentaires de travail Gaston Lagaffe devra-t-il effectuer pour finir de traiter le courrier restant du mois?

*Note : on pourra répondre à la question de manière graphique en utilisant l'**Annexe 1**, ou de manière algébrique.*

### Annexe 1

